

3.2.11 Násobení mnohočlenů II

Předpoklady: 030210

Pedagogická poznámka: V hodině je třeba dát velký pozor na dvou místech. Na začátku řešení příkladu 3 je třeba rychle v celé třídě zkontrolovat řešení bodů a), b) a s nalezenými chybami rychle pracovat. K příkladu 5 je třeba přejít nejpozději 15 minut před koncem i za cenu, že všichni nebudou mít hotový celý příklad 4.

Př. 1: Vypočti.

a) $2x \cdot 5x$ b) $4a \cdot 5a^2b$ c) $3x^2 \cdot 6x^3$ d) $10x \cdot \frac{x^3}{2}$

a) $2x \cdot 5x = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x = 10x^2$

b) $4a \cdot 5a^2b = 4 \cdot 5 \cdot a \cdot a^2b = 20a^3b$

c) $3x^2 \cdot 6x^3 = 3 \cdot 6 \cdot x^2 \cdot x^3 = 18x^5$

d) $10x \cdot \frac{x^3}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot x^3 = 5x^4$

Př. 2: Vynásob $2a \cdot (a + 2b + c)$. Znázorni toto násobení graficky. Jakým způsobem postupujeme pokud násobíme mnohočlen jednočlenem?

$$2a \cdot (a + 2b + c) = 2a \cdot a + 2a \cdot 2b + 2a \cdot c = 2a^2 + 4ab + 2ac$$

	a	b	b	c
2a	a^2	ab	ab	ac
	a^2	ab	ab	ac

a+2b+c

Obdélník o stranách $2a$ a $a + b$ můžeme rozdělit na dva čtverce o straně a (a obsahu a^2), čtyři obdélníky o stranách a , b (a obsahu ab) a dva obdélníky o stranách a , c (a obsahu ac).

Pokud násobíme mnohočlen jednočlenem, tak vynásobíme jednočlenem každý člen mnohočlenu.

Př. 3: Vypočti.

a) $a(a+b)$ b) $2a(b+3)$ c) $3a(2a+b)$ d) $2b(3a+2b+c)$

e) $x(x^2+x+3)$ f) $2a(3a^2+4a+2b)$ g) $5x^2(3x^2-4xy+y^2)$

a) $a(a+b) = a \cdot a + a \cdot b = a^2 + ab$

b) $2a(b+3) = 2a \cdot b + 2a \cdot 3 = 2ab + 6a$

c) $3a(2a+b) = 3a \cdot 2a + 3a \cdot b = 6a^2 + 3ab$

d) $2b(3a+2b+c) = 2b \cdot 3a + 2b \cdot 2b + 2b \cdot c = 6ab + 4b^2 + 2bc$

$$e) x(x^2 + x + 3) = x \cdot x^2 + x \cdot x + x \cdot 3 = x^3 + x^2 + 3x$$

$$f) 2a(3a^2 + 4a + 2b) = 2a \cdot 3a^2 + 2a \cdot 4a + 2a \cdot 2b = 6a^3 + 8a^2 + 4ab$$

$$g) 5x^2(3x^2 - 4xy + y^2) = 5x^2 \cdot 3x^2 + 5x^2 \cdot (-4xy) + 5x^2 \cdot y^2 = 15x^4 - 20x^3y + 5x^2y^2$$

Pedagogická poznámka: Častěji se objevují dvě chyby:

$2a(b+3) = 2a \cdot 2a \cdot b + 2a \cdot 3 = 4a^2b + 6a$, kde kromě roznásobení žáci ještě ponechají výraz $2a$ na začátku. Problém řešíme pomocí roznásobování závorky číslem $2(x+3) = 2 \cdot x + 2 \cdot 3 \Rightarrow$ žádná dvojka na začátku nezůstává.

$2a(b+3) = 2a \cdot b + 2a \cdot 3 = 2ab + 6a = 8a^2b$ nebo jiný podobný pokus o sčítání členů nestejného typu, kde jenom připomínáme, že sčítat je možné pouze členy stejného typu.

Př. 4: Vynásob.

$$a) 2x(x^2 + 3x - 1)$$

$$b) 3a\left(a^3 - \frac{a^2}{3} + 3a - \frac{2}{6}\right)$$

$$c) x^2\left(3x^2 - \frac{2}{3}x - 4\right)$$

$$d) \frac{x^3}{2}(4x^3 - 3x^2 + 14x - 6)$$

$$a) 2x(x^2 + 3x - 1) = 2x \cdot x^2 + 2x \cdot 3x - 2x \cdot 1 = 2x^3 + 6x^2 - 2x$$

$$b) 3a\left(a^3 - \frac{a^2}{3} + 3a - \frac{2}{6}\right) = 3a \cdot a^3 - 3a \cdot \frac{a^2}{3} + 3a \cdot 3a - 3a \cdot \frac{2}{6} = 3a^4 - a^3 + 9a^2 - a$$

$$c) x^2\left(3x^2 - \frac{2}{3}x - 4\right) = x^2 \cdot 3x^2 - x^2 \cdot \frac{2}{3}x - x^2 \cdot 4 = 3x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 4x^2$$

$$d) \frac{x^3}{2}(4x^3 - 3x^2 + 14x - 6) = \frac{x^3}{2} \cdot 4x^3 - \frac{x^3}{2} \cdot 3x^2 + \frac{x^3}{2} \cdot 14x - \frac{x^3}{2} \cdot 6 = 2x^6 - \frac{3}{2}x^5 + 7x^4 - 3x^3$$

Př. 5: Vypočti.

$$a) a(2a+3) + a^2 - 2a$$

$$b) a(2a+3) - (a^2 - 2a + 7)$$

$$c) x^2 - 2x - x(x-3)$$

$$d) x^2(2x+3) - x(3x-1)$$

$$a) a(2a+3) + a^2 - 2a = 2a^2 + 3a + a^2 - 2a = 3a^2 + a$$

$$b) a(2a+3) - (a^2 - 2a + 7) = 2a^2 + 3a - a^2 + 2a - 7 = a^2 + 5a - 7$$

$$c) x^2 - 2x - x(x-3) = x^2 - 2x - (x^2 - 3x) = x^2 - 2x - x^2 + 3x = x$$

$$d) x^2(2x+3) - x(3x-1) = 2x^3 + 3x^2 - (3x^2 - x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x^2 + x = 2x^3 + x$$

Př. 6: Vypočti.

$$a) 2x(3x-1) + x(x+2)$$

$$b) 2a(ab-2b+3) + b(ab+3a)$$

$$c) 6x^2\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) - x(x^2 - 2x)$$

$$d) 6a\left(\frac{a^2}{3} - 3a + \frac{1}{2}\right) - a^2(a+3)$$

$$a) 2x(3x-1) + x(x+2) = 6x^2 - 2x + x^2 + 2x = 7x^2$$

$$b) 2a(ab-2b+3) + b(ab+3a) = 2a^2b - 4ab + 6a + ab^2 + 3ab = 2a^2b + ab^2 + ab + 6a$$

$$c) 6x^2\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) - x(x^2 - 2x) = \frac{6x^3}{2} - \frac{6x^2}{3} - (x^3 - 2x^2) = 3x^3 - 2x^2 - x^3 + 2x^2 = 2x^3$$

$$d) 6a\left(\frac{a^2}{3} - 3a + \frac{1}{2}\right) - a^2(a+3) = \frac{6a^3}{3} - 18a^2 + \frac{6a}{2} - (a^3 + 3a^2) = \\ = 2a^3 - 18a^2 + 3a - a^3 - 3a^2 = a^3 - 21a^2 + 3a$$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je domácí procvičování pro žáky, kteří měli v hodině problémy.

Př. 7: Vypočti.

$$a) 3a(a^2 + 2a + b)$$

$$b) 2x^2(x^3 - x^2 + 7)$$

$$c) \frac{a}{6}(2a^2 - 3a + 5)$$

$$d) 3b(2b + c) - 4b^2 + 2bc$$

$$e) x(2x^2 - x + 2) - (3x^3 + 2x - 1)$$

$$f) 4a(3a + 2) - a(a - 5)$$

$$g) 3x^2(x^2 - 2x + 3) - 2x(x^2 + x + 7)$$

$$a) 3a(a^2 + 2a + b)$$

$$b) 2x^2(x^3 - x^2 + 7)$$

$$c) \frac{a}{6}(2a^2 - 3a + 5)$$

$$d) 3b(2b + c) - 4b^2 + 2bc$$

$$e) x(2x^2 - x + 2) - (3x^3 + 2x - 1)$$

$$f) 4a(3a + 2) - a(a - 5)$$

$$g) 3x^2(x^2 - 2x + 3) - 2x(x^2 + x + 7)$$

Shrnutí: Při násobení mnohočlenů jednočlenem násobíme jednočlenem každý člen mnohočlenu.